შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 20

26.04.2015/ მათ/IV/ 704

ამოცანა № 4

გვერდი № 1.

$(x-2)(x-4)\,P(x) = x(x+2)\,P(x-2)$ ჩავსვათ $x=0$.

$(-2)\cdot(-4)\cdot P(0)=0 \Rightarrow P(0)=0$ ჩავსვათ $x=-2$.

$(-4)\cdot(-6)\,P(-2)=0 \Rightarrow P(-2)=0$ ჩავსვათ $x=4$.

$0=4\cdot 6\cdot P(2) \Rightarrow P(2)=0$.

$x=0;\ x=-2;\ x=2$ ფესვებია ამიტომ $P(x)\vdots x$ $P(x)\vdots(x-2)$ $P(x)\vdots x+2$

$P(x)=x(x-2)(x+2)\,Q(x)$ სადაც $Q(x)$ ნამდვილ კოეფიციენტებიანი მრავალწევრია.

ორივე მხარე ან ერთი ხუთვეულის მოვიყვანეთ ეტაპიდან ჩვენ შეგვიძლია მრავალწევრი ვიხილოთ ერთი ხუთვეულის და შევამოწმოთ მის ექვივალენტური x-ისგან.

$P(x)=x(x-2)(x+2)\,Q(x)$ ჩავსვათ მიღებულ ტოლობაში.

$\cancel{(x-2)}\cancel{(x-4)}\,x\cancel{(x-2)}\cancel{(x+2)}\,Q(x)=x\cancel{(x+2)}\cancel{(x-2)}(x-4)\,x\,Q(x-2)$ ორივეს x ვანიჭებ ჩავაკვეცავ. შეიძლება შეკვეცილია ორივეს $x-4\neq 0$ $x\neq 0$ $x\neq -2$. $x\neq 2$.

$(x-2)\,Q(x)=x\,Q(x-2)$. ორივეს x ვანიჭებ $\text{ეს.გ}(x;x-2)=1$. ეს $Q(x)$-ის ერთადერთ ფესვი b მაშინ $b(x-2)\vdots x$ ორივეს $Q(x)-b\vdots x$.

$(Q(x)-b+b)(x-2)\vdots x$ $b(x-2)\vdots x$ $b\vdots x$ x ნატურალური ვანიჭებ ხუთვეულ b ეს ფესვია ანუ $b=0$ მაშინ $Q(x)\vdots x$. $Q(x)=x\,S(x)$. $S(x)$-ს ანალოგიურად ნამდვილ-კოეფიციენტიანია. მაშინ $(x-2)\,x\,S(x)=x(x-2)\,S(x-2) \Rightarrow S(x)=S(x-2)$.

ანუ $\ldots S(3)=S(1)=S(-1)=S(-3)\ldots$ ყველა მაგალითად ეს გამოვიყენეთ S-ის ფესვი ნებისმიერ ტოლობა ჭეშმარიტია ანუ ვიპოვეთ S-ის ფესვი ნებისმიერ K.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 20	26.04.2015/ მათ/IV/ 704

ამოცანა № 4 | გვერდი № 2

... $S(3)-K = S(1)-K = S(-1)-K = S(-3)-K = \dots$ x ვანი ხუთი ერთი ფესვი. $S(x)-K$: x ნიშნავს $S(x)-K$ პოლინომი ხუთი ან ყველა ნული ვანი ხუთვე იყოს, ანუ $S(x)-K=0 \Rightarrow S(x)=K \Rightarrow Q(x)=K$ $x \Rightarrow P(x)=x(x-2)(x+2)xK = x^2(x-2)(x+2)K$. სადაც K ნებისმიერი მუდმივი ხუთი. ეს შეიძლება შევამოწმოთ ჩასვლით მოცემულ ფორმულაში და შევამოწმოთ აკმაყოფილებს თუ არ პირობის ნებისმიერ x-ისთვის.

$(x-2)(x-4)P(x) = x^2(x-2)^2(x+2)(x-4)K.$

$x(x+2)P(x-2) = x(x+2)(x-2)^2(x-4)xK.$

$(x-2)^2x^2(x+2)(x-4)K = x^2(x+2)(x-2)^2(x-4)K.$ ანალოგიურ ვეძებთ მოცემულ ფორმულის აკმაყოფილებს მოცემულ ფორმულის ნებისმიერ x-ისთვის.

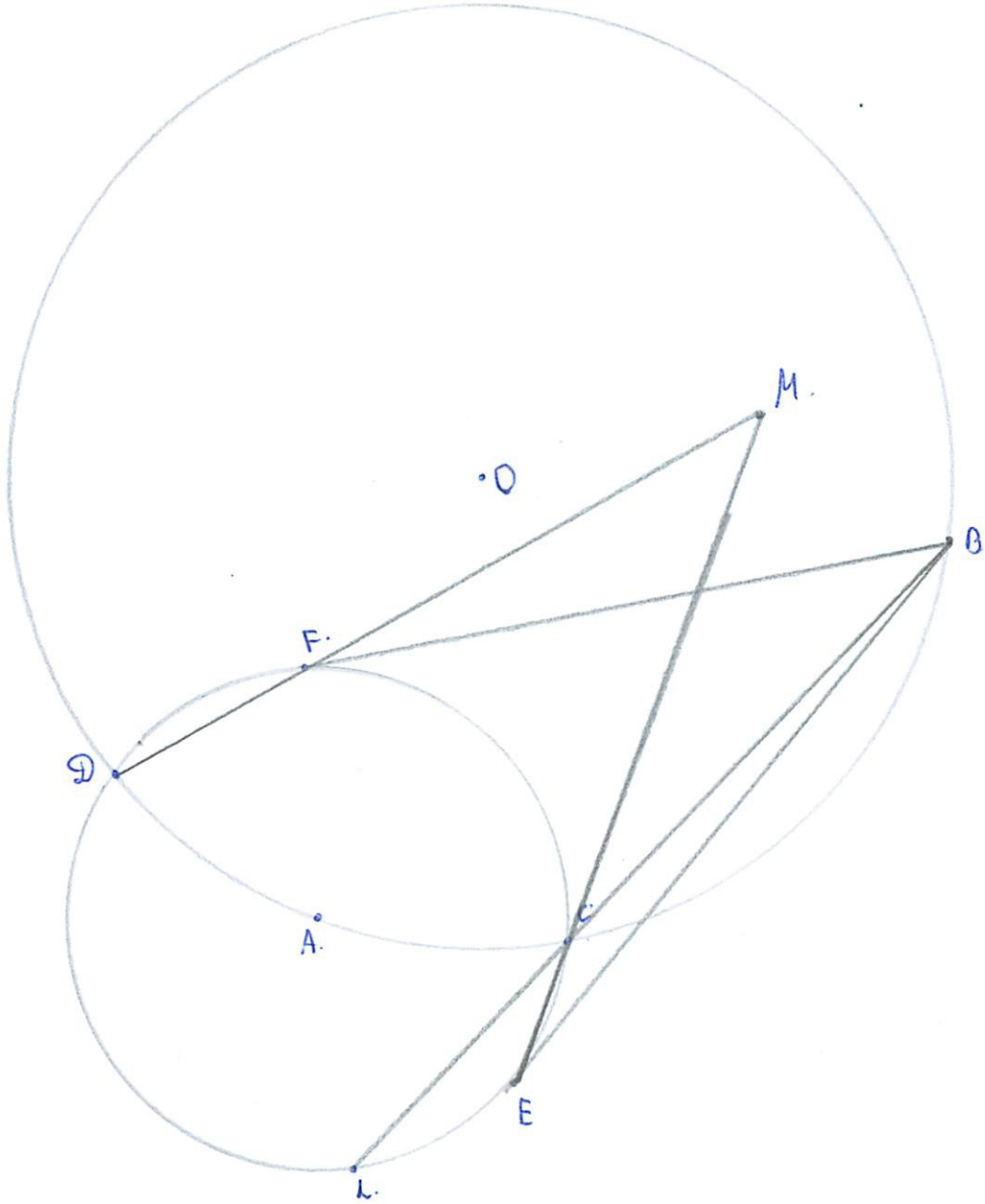
სხვა შემკვრებელი არ არსებობს სადაც $P(x)$ მოცემული ფორმულა არ გასრულდა ვანი ხუთვეებისთვის.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 20	26.04.2015/ მათ/IV/ 704

ამოცანა № 5 გვერდი № 1.



BCL გადაკვეთილ გადაკვეთილ C(A;r) წრეწირიდან დაბრუნებული L. C(A;r) წრეწირი
ასევე ∠FBE-ში ჩახაზული ამიტომ BA ∠FBE-L ბისექტორია.

ანუ FMBC ჩახაზული ერთ წრეში მაგრამ ვიცოდით რომ $\angle FMC = \angle FBC$.

$\angle FMC = \frac{\breve{DLE} - \breve{FC}}{2}$ ეს იმიტომ $\angle FMC$ MD და ME მკვეთების ნახევარი მოხვედრილი.

$\angle FBC = \frac{\breve{FDL} - \breve{FC}}{2}$ ფასდაფარვიანობიდან გამომდინარე რომ $\angle FMC = \angle FBC$ ანუ ის რომ

$\breve{DLE} = \breve{FDL}$ ანუ ის რომ. $\breve{DF} = \breve{EL}$ ორი ტოლფერდა ორი ჩაწერილ ეფუძნება.

ანუ სიმეტრიულია რომ $DF = EC$ F E-ს სიმეტრიული AB-ს მიმართ ოღონ

ოღონდ ვიცოდით AB ბისექტრისა $\angle FBE$-ს. ეს DF ერთ ერთი LE-ს ასევე

D-ს L-ის სიმეტრიული ერთ იყოს AB-ს მიმართ ანუ $\angle DAB = \angle BAL$

ის ერთ ვიცოდით DACB ჩახაზულია ამიტომ $\angle DAB = \angle DCB$ ანუ

სიმეტრიული რომ $\angle DCB = \angle BAL$.

მკვეთების ფორმულით $MF \cdot MD = MC \cdot ME$

$\frac{MF}{MC} = \frac{ME}{MD}$ და ვიცოდ FMC იგივეა ანუ $\Delta FMC \sim \Delta EMD$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 20	26.04.2015/ მათ/IV/ 704

ამოცანა №

გვერდი №